

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Журавлева Е.А.

« 15 » 01

2026 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Геометрия

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки – Математика. Информатика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 1-3 курс (2-6 семестр) / 2-4 курс (4-10 триместр)

Разработчик

Профессор кафедры ВМ и МПМ,

Кривко Яна Петровна

Заведующий кафедрой

высшей математики и методики

преподавания математики

Кривко Я.П.

Протокол от «14» 01 2026 г., № 6

Луганск, 2026

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств.

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональным стандартом, утвержденным Приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"» от 18 октября 2013 г. № 544н.

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-2. Способен осваивать и применять базовые научно-теоретические знания и практические умения по математике в профессиональной деятельности	ПК.2.1. Способен формировать и реализовывать программы развития универсальных учебных действий по математике ПК.2.2. Демонстрирует знание содержания образовательных программ по математике ПК.2.3. Способен проектировать образовательные программы различных уровней и элементы образовательных программ в предметной области «Математика»

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
1-2 семестры		
Тема 1. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	ПК–2	Выполнение индивидуального задания, контрольные работы, тест
Промежуточная аттестация	ПК–2	Экзамен (устный)
3 семестр		
Тема 2. Элементы дифференциальной геометрии	ПК–2	Выполнение индивидуального задания, контрольные работы
Промежуточная аттестация	ПК–2	Экзамен (устный)
4 семестр		
Тема 3. Элементы топологии	ПК–2	Выполнение индивидуального задания, коллоквиум ,
5 семестр		
Тема 4. Проективная геометрия. Методы изображений. Основания геометрии	ПК–2	Выполнение индивидуального задания, коллоквиум ,
Промежуточная аттестация	ПК–2	Экзамен (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК–2	<p>знать: определения понятий и формулировки ключевых теорем каждого раздела дисциплины; теорию элементов аффинной и евклидовой геометрии плоскостей; теоретические положения аналитической геометрии на плоскости и в пространстве; основы топологии и дифференциальной геометрии; типизацию задач и различные методы их решения; теоретические основы школьного курса геометрии; строение дисциплины «Геометрия» и связь между отдельными ее разделами;</p> <p>уметь: осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной геометрической задачи; применять основные методы (векторный, координатный, аксиоматический, геометрических преобразований) при доказательстве утверждений и решении задач; использовать преимущества геометрического подхода к решению математических задач; демонстрировать усвоенные знания логично и последовательно; приводить примеры и контрпримеры в процессе изложения геометрических вопросов (материала); аргументировать выбор метода доказательства математического факта или метода решения задачи; применять геометрические знания к решению проблем, возникающих в реальной жизни;</p> <p>владеть навыками: содержательной интерпретации и адаптации математических знаний для решения образовательных задач в соответствующей профессиональной области; использования различных приемов курса геометрии к доказательству теорем и решению задач школьного курса; применения техники векторной алгебры к решению геометрических задач, в частности, задач школьного курса геометрии; теоретико-групповым подхода</p>

	построения геометрии относительно соответствующих групп преобразований; использования терминологии предметной области «Геометрия».
--	--

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Очная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	2
Работа на практических занятиях (6х3)	18
выполнение контрольной работы (5х2)	10
Итого за 1 семестр:	30
2 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	2
Работа на практических занятиях (6х3)	12
выполнение контрольной работы	6
выполнение индивидуального задания	20
экзамен	30
Итого за 2 семестр:	70
Итого за 1-2 семестр:	100
3 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	2
Работа на практических занятиях (7х4)	28
выполнение контрольной работы (5х2)	10
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	30
Итого за 3 семестр:	100
4 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	4
Работа на практических занятиях (7х3)	21
выполнение контрольной работы	5
выполнение индивидуального задания	20
Итого за 4 семестр:	50
5 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	9
Работа на практических занятиях (7х3)	21
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	40
Итого за 5 семестр:	100
Итого за 4-5 семестр	150

Заочная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
4-5 триместры	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
Работа на практических занятиях (3х10)	15

выполнение индивидуального задания	35
экзамен	40
Итого за 4-5 триместры:	100
6-7 триместры	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	7
Работа на практических занятиях (3х6)	18
выполнение индивидуального задания	35
экзамен	40
Итого за 6-7 триместры	100
9 триместр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
Работа на практических занятиях (1х10)	10
выполнение индивидуального задания	30
Итого за 9 триместр:	50
А триместр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
Работа на практических занятиях (2х10)	20
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	40
Итого за А триместр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество	

		выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Индивидуальное задание №1:

1. Найти координаты точки C , которая делит отрезок AB в указанном соотношении $3:5$, считая от точки A . Координаты точек имеют следующие значения $A(2, -3, 0)$ и $B(-1, 3, 5)$
2. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$: $A(1; 3; 2)$, $B(-1; 6; 2)$, $C(-1; 3; 8)$, $D(1; 6; 10)$. Записать векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ в системе орт $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ и найти модули этих векторов; найти угол между векторами $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$; найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ; найти площадь грани ABC ; найти объем пирамиды $ABCD$; определить какой тройкой векторов (левой или правой) являются векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$; найти орт вектора \overrightarrow{AB} ; найти координаты центра тяжести треугольника ABC .
3. Даны четыре вектора: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора \vec{d} в этом базисе $\vec{a} = (-2, 3, -1); \vec{b} = (1, -2, 3); \vec{c} = (1, -3, 4); \vec{d} = (-4, 5, -1)$.
4. Даны вектора $\vec{a} = 4\vec{m} + \vec{n}$, $\vec{b} = 3\vec{m} - \vec{n}$, модули векторов $|\vec{m}| = 1, |\vec{n}| = 3$, угол между ними $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти проекцию вектора.
5. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-8; -3)$; $B(0; -9)$; $C(2; 5)$. Найти: длину стороны AB ; уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты; внутренний угол B ; уравнение медианы AE ; уравнение и длину высоты CD ; уравнение биссектрисы AK ; уравнение прямой, проходящей через точку E параллельно стороне AB ; координаты точки M , расположенной симметрично точке A относительно прямой CD .
6. Написать векторное параметрическое уравнение прямой, которая задана как пересечение двух плоскостей: $3x + y - z = 7$, $2x + y = 5$. В качестве опорной точки взять точку, лежащую в плоскости Oxy .
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через первую прямую параллельно второй: $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}; \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$.
8. Найти угол между плоскостями. $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$.
9. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.
10. Дано уравнение кривой в полярной системе координат: $r = -6\sin\varphi$. Найти область определения функции, построить кривую и определить вид уравнения в декартовой системе координат.

11. Привести данное уравнение поверхности $144x^2 + 9y^2 + z^2 - 144 = 0$ к каноническому виду. Построить поверхность методом сечений.
12. Заданы уравнения двух поверхностей: $x^2 + z^2 - y + 1 = 0$, $y - 2z = 1$. Построить обе поверхности и линию их пересечения. Написать уравнения линии пересечения поверхностей и уравнение ее проекции на плоскость Oxz . Построить проекцию линии пересечения заданных поверхностей на заданную плоскость.

Контрольная работа № 1

1. Даны векторы: $\vec{a} = (2; -1; -2)$; $\vec{b} = (8; -4; 0)$. Найти векторы $\vec{c} = 2\vec{a}$, $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$. Определить длины векторов \vec{c} и \vec{d} , скалярный квадрат вектора \vec{d} , скалярное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} , угол между векторами \vec{c} и \vec{d} .
2. Доказать, что точки $A(2; 1; 0)$, $B(0; 4; -3)$, $C(-2; 3; -5)$, $D(2; -3; 1)$ являются вершинами трапеции. Найти длины ее оснований.
3. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 1$.
4. Даны координаты вершин четырехугольника $ABCD$: $A(-4; -3; -2)$, $B(2; -2; -3)$, $C(-8; -5; 1)$, $D(4; -3; -1)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.
5. Найти скалярное произведение векторов: $\vec{p} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{q} = \vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$.
6. Установить, будет ли треугольник с вершинами $A(-3, 4)$, $B(-9, 6)$, $C(5, 2)$ равнобедренным.
7. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{d} = \vec{m} + 2\vec{h} - 3\vec{p}$, если $\vec{m} = (4, 5, -2)$, $\vec{h} = (2, -1, 1)$, $\vec{p} = (4, 3, -2)$.
8. Даны векторы $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; -2)$. Вычислить $[2\vec{a} - \vec{b} \times \vec{a} + 2\vec{b}]$.
9. Упростить выражение: $[2\vec{a} - 3\vec{b} \times \vec{a} + 4\vec{b}]$
10. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2; 2; 2)$, $B(1; 3; 3)$, $C(3; 4; 2)$.
11. Проверить, являются ли вектора $\vec{a} = (1; 2; 2)$, $\vec{b} = (2; 5; 7)$, $\vec{c} = (1; 1; -1)$ компланарными.

Контрольная работа № 2

1. Дана прямая $-2x + 3y - 6 = 0$. Определить параметры k и b .
2. Даны точки $A(1, 2)$, $B(3, 3)$ и $C(3, 1)$. Найти высоту треугольника ABC , опущенную из вершины A .
3. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскости $3x + 5y - z - 2 = 0$

4. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет.
5. Составить уравнение хорды окружности $x^2 + y^2 = 49$, делящейся в точке А (1,2) пополам.
6. Привести данные уравнения поверхностей к каноническому виду.
 Построить поверхности методом сечений: а)
 $7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz - 18 = 0$; б) $3z - 1 = x^2$

Тестовое задание «Поверхности второго порядка»

- | | |
|---|--|
| 1 Поверхность, заданная уравнением $F(x, y, z) = 0$, где $F(x, y, z)$ - многочлен второй степени, называется... | 1. трансцендентной;
2. алгебраической второго порядка;
3. квадратичной;
4. поверхностью вращения. |
| 2. В сечении конуса плоскостью, не проходящей через вершину и имеющей угол наклона к плоскости Oxy , получим... | 1. эллипс;
2. гиперболу;
3. параболу;
4. пару пересекающихся прямых. |
| 3. Сущность метода сечений состоит в следующем... | 1. геометрические объекты задают с помощью чисел, уравнений, неравенств или их систем и изучают геометрические свойства фигур аналитическими методами;
2. строят пересечение данной поверхности с другими поверхностями второго порядка и определяют уравнения полученных линий пересечения;
3. поверхность пересекают плоскостями, параллельными координатным плоскостям, и по виду линий пересечения судят о поверхности;
4. поверхность пересекают различными прямыми, проходящими через начало координат, и проецируют полученные точки пересечения на координатные плоскости |
| 4 Какое из данных уравнений не определяет цилиндрическую поверхность | 1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ |

- | | | |
|---|---|--|
| | | 2. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$ |
| | | 3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ |
| | | 4. $x^2 = 0$ |
| 5 | Сечением поверхности $4x^2 + 3y^2 - 12z = 0$ плоскостью $x = 5$ является | 1. эллипс
2. гипербола
3. парабола
4. пара пересекающихся прямых |
| 6 | Поверхность, определяемая уравнением $x^2 + y^2 = f^2(y)$ может быть получена вращением | 1. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Ox ,
2. линии $y = f(z), y = 0$ вокруг оси Oy
3. линии $z = f(y), x = 0$ вокруг оси Oy
4. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Oz |
| 7 | Уравнение $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ определяет... | 1. эллиптический параболоид
2. эллиптический цилиндр
3. гиперболический параболоид
4. однополосный гиперболоид |

Индивидуальное задание №2:

1. Составить уравнения ребер и граней трехгранника Френе кривой $x = a \cos t, y = b \sin t, z = e^t$ в точке $t_0 = 0$.
2. Найти натуральные уравнения линии $\vec{r} = (a \operatorname{ch} t, b \operatorname{sh} t, at)$.
- 3.
4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$ в точке $A(3, 1, -1)$.
5. Найти гауссову и среднюю кривизны поверхности.
6. Вычислить нормальную кривизну кривой $au + cv = 0$, лежащей на эллипсоиде $x = a \cos u \cos v, y = b \cos u \sin v, z = c \sin v$ в точке $A(0, b, 0)$.
7. Найти главные направления и главные кривизны прямого геликоида $x = u \cos v, y = u \sin v, z = av$.

Контрольная работа №3:

- 1.1. Для заданных кривых $\gamma: \begin{cases} x = 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot t + 1)^3} \\ y = 3 \cdot t^2 \end{cases}, \delta: y - x^2 + 4x - 4$

и значения параметра $t_0 = 0$ найдите:

- 1) области определения кривых γ, δ .
- 2) касательную и нормаль к γ, δ при $t = t_0$.
- 3) натуральный параметр для γ .
- 4) порядок соприкосновения γ с δ при $t = t_0$.

- 5) радиус дважды соприкасающейся при $t = t_0$ с γ окружности и кривизну.

1.2. Для данной кривой $\gamma: \begin{cases} x = t^3 - 2 \cdot t^2 \\ y = 2 \cdot t^2 - 1 \\ z = 3 \cdot t + 1 \end{cases}$ при $t_0 = 1$ найдите:

- 1) уравнения нормальной и соприкасающейся плоскости и уравнение касательной к γ .
- 2) репер Френе, кривизну и кручение для γ .
- 3) Докажите, что если кривая целиком лежит в одной плоскости, то её кручение тождественно равно нулю.

Контрольная работа №4:

Для поверхности $\Pi: x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ и точки $M(-1; 0; \sqrt{3})$ на ней найдите:

1. параметризацию поверхности вблизи данной точки.
2. стандартный базис касательных векторов в точке M .
3. уравнение касательной плоскости в этой точке.
4. I-ю и II-ю квадратичные формы в точке M .
5. гауссову и среднюю кривизны в точке M .

Вопросы для коллоквиума №1

1. Что называется многомерным евклидовым пространством, основные инструменты его изучения?
2. Что такое регулярная кривая?
3. Какие существуют способы задания регулярных кривых?
4. Сформулируйте понятие плоской кривой и смысл её кривизны.
5. Сформулируйте понятие пространственной кривой и смысл.
6. Что такое кривизна и кручение?
7. Простая регулярная поверхность – это...
8. Основные способы задания поверхностей.
9. Что такое касательная плоскость поверхности?
10. Что такое пространства касательных векторов?
11. Первая квадратичная форма. Определение.
12. Вторая квадратичная форма. Определение.
13. Значение квадратичных форм для изучения поверхностей.
14. Возможные сферы приложений геометрических абстракций, необходимых для успешного изучения математических и теоретико-информационных дисциплин, решения задач, возникающих в математике и других профессиональных сферах.

Вопросы для коллоквиума №2:

1. Метрические пространства. Открытые множества и их свойства.
2. Непрерывные отображения метрических пространств.
3. Топологические пространства. Свойства замкнутых множеств.
4. База топологического пространства.
5. Внутренность, замыкание и граница множества.
6. Подпространства топологического пространства.
7. Непрерывные отображения топологических пространств.
8. Гомеоморфизмы, топологические типы и топологические свойства.
9. Хаусдорфовы топологические пространства.
- 10.1Связность. Непрерывный образ и замыкание связного множества.
11. Критерий связности. Связные множества на прямой.
- 12.Объединение связных множеств. Компоненты связности.
- 13.Линейная связность. Связное, но не линейно связное множество.
14. Произведение путей. Компоненты линейной связности.
- 15.Компактность. Необходимые условия в метрическом пространстве
- 16.Критерий компактности в евклидовом пространстве.
- 17.Непрерывный образ компактного пространства. Критерий гомеоморфизма.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Понятие вектора на плоскости и в пространстве. Коллинеарность и равенство векторов.
2. Сложение векторов. Свойства суммы векторов.
3. Произведение вектора на число, его свойства.
4. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость.
5. Теоремы о линейной зависимости векторов.
6. Базис. Разложение вектора по базису.
7. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.
8. Декартова система координат. Базисные векторы и координаты.
9. Направляющие косинусы вектора.
10. Проекция вектора на ось.
11. Скалярное произведение векторов.
12. Алгебраические свойства скалярного произведения.
13. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов. Ортогональность векторов. Угол между векторами.
14. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Угол между векторами. Длина вектора.
15. Правые и левые тройки векторов. Определение векторного произведения векторов.
16. Связь векторного произведения с коллинеарностью векторов. Теорема о выражении площади параллелограмма через векторное произведение.
17. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл.
18. “Сочетательное” свойство смешанного произведения. Связь смешанного произведения с компланарностью и линейной зависимостью векторов.
19. Алгебраические свойства векторного произведения.
20. Выражение векторного и смешанного произведений через декартовы координаты.
21. Двойное векторное произведение.
22. Преобразования декартовых координат на плоскости. Выражение коэффициентов преобразования через угол поворота одной системы координат относительно другой.
23. Уравнение линии на плоскости. Алгебраические линии.
24. Приведение кривых второго порядка к канонической форме.
25. Уравнение поверхности и линии в пространстве. Алгебраические поверхности.
26. Основные типы уравнения прямой на плоскости.
27. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия перпендикулярности и параллельности прямых.

28. Каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
29. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Отклонение и расстояние от точки до прямой.
30. Общее уравнение и нормальный вектор плоскости в пространстве.
31. Основные типы уравнения плоскости.
32. Основные типы уравнения прямой в пространстве.
33. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
34. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой (с выводом).
35. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
36. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
37. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
38. Эллипс. Свойства. График. Вывод канонического уравнения.
39. Гипербола. Свойства. График. Вывод канонического уравнения.
40. Парабола. Свойства. График. Вывод канонического уравнения.
41. Эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, конус. Их канонические уравнения и геометрическое представление.
42. Эллиптический и гиперболический цилиндры, эллиптический и гиперболический параболоиды, их канонические уравнения и геометрическое представление.

Вопросы к экзамену (3 семестр)

1. Вектор-функции одного скалярного аргумента, вектор-функции постоянной длины. Годограф.
2. Понятие кривой. Гладкие кривые. Допустимая замена параметра для гладкой кривой.
3. Касательная к гладкой кривой. Теорема о существовании и единственности касательной в каждой точке гладкой кривой.
4. Спрямоугольные дуги, длина простой дуги. Длина гладкой кривой.
5. Длина дуги как функция. Натуральный параметр.
6. Производная векторной функции по натуральному параметру.
7. Канонический репер в точке гладкой кривой.
8. Формулы Серре-Френе.
9. Вычисление кривизны и кручения гладкой кривой, заданной в произвольной параметризации.
10. Геометрический смысл обращения в нуль кривизны гладкой кривой.
11. Геометрический смысл обращения в нуль кручения гладкой кривой.
12. Расположение кривой относительно канонического репера.

13. Понятие поверхности. Гладкая поверхность класса C^k . Допустимая замена криволинейных координат.
14. Кривые на поверхности. Координатные линии. Координатная сеть.
15. Касательная к линии на поверхности. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
16. Развертывающиеся поверхности. Аналитическое условие развертывающихся поверхностей. Примеры развертывающихся поверхностей.
17. Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление длины дуги на поверхности.
18. Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление угла между кривыми на поверхности.
19. Первая квадратичная форма поверхности. Понятие площади поверхности, ее вычисление.
20. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности, вычисленная в точке в данном направлении.
21. Индикатриса Дюпена. Типы точек на гладкой поверхности.
22. Асимптотические линии на поверхности. Характеристическое свойство асимптотических линий.
23. Нормальная кривизна поверхности в точке в данном направлении. Асимптотические направления и типы точек на поверхности.
24. Главные направления на поверхности в точке. Теорема Родрига.
25. Главные направления на поверхности в точке. Вывод уравнения для нахождения главных направлений.
26. Главные кривизны поверхности в точке. Полная Гауссова и средняя кривизна поверхности в точке.
27. Формула Эйлера. Главные кривизны поверхности в точке как наибольшее и наименьшее значения нормальной кривизны поверхности в точке.
28. Линии кривизны на поверхности. Теорема Монжа.
29. Строение поверхности в окрестности точек различных типов.
30. Подвижной репер поверхности. Деривационные формулы.
31. Внутренняя геометрия поверхности. Теорема Гаусса.

Вопросы для самостоятельной подготовки (4 семестр)

1. Топология как наука.
2. Покрытие, подпокрытие, топология. Примеры.
3. Различные определения топологического пространства. Примеры.
4. Сравнение топологий.
5. Взаимное расположение точек и множеств в топологическом пространстве.
6. Теоремы об открытых и замкнутых множествах.
7. База топологии.
8. Пространство со счетной базой, примеры. Предбаза топологии.
9. Метрическое пространство. Определение и примеры.

- 10.Связь метрических и топологических пространств.
- 11.Подпространство топологического пространства.
- 12.Некоторые свойства топологических пространств.
- 13.Открытые и непрерывные отображения топологических пространств.
Связь между ними. Примеры.
- 14.Гомеоморфизм, примеры.
- 15.Компактность.
- 16.Отделимость.
- 17.Связность.
- 18.Сепарабельные пространства. Плотные множества.
- 19.Определение n -мерной карты, атласа пространства, n -мерного топологического многообразия. Примеры.
- 20.Определение гладкого многообразия, примеры.
- 21.Локально евклидово пространство, свойства. Другое определение топологического многообразия, примеры.
- 22.Замкнутые и открытые многообразия. Примеры. Свойства многообразий.
- 23.Гладкие отображения.
- 24.Диффеоморфизм.
- 25.Гладкая поверхность как многообразие.
- 26.Матричные группы.
- 27.Проективная плоскость и проективное пространство.
- 28.Многообразие с краем.
- 29.Риманова метрика.
- 30.Касательный вектор, касательное пространство к многообразию.
- 31.Векторные поля на многообразии.

Вопросы к экзамену (5 семестр)

1. Метод проекций. Виды проецирования.
2. Метод Монжа. Точка. Проекции точки.
3. Натуральная величина отрезка прямой. Углы наклона отрезка прямой к плоскостям проекций. Следы прямой.
4. Классификация прямых. Взаимное расположение прямых.
5. Взаимная принадлежность прямой и плоскости. Деление отрезка в данном отношении.
6. Проекции плоских углов.
7. Плоскость. Способы задания плоскостей. Классификация плоскостей.
Главные линии плоскости: линии уровня, линии наибольшего наклона.
8. Пересечение прямой с плоскостью общего положения.
9. Способы построения линии пересечения плоскостей, заданных следами.
- 10.Параллельность прямой и плоскости. Взаимно-параллельные плоскости.
- 11.Перпендикулярность прямой и плоскости. Взаимно-перпендикулярные плоскости.

- 12.Метод замены плоскостей проекций.
- 13.Вращение вокруг проецирующей оси.
- 14.Метод совмещения (вращение вокруг следа плоскости).
- 15.Поверхности. Определитель поверхности. Очерк поверхности.
- 16.Классификация поверхностей.
- 17.Поверхности вращения.
- 18.Пересечение поверхностей плоскостями частного положения.
- 19.Конические сечения (случаи пересечения конуса плоскостью).
- 20.Пересечение прямой с поверхностью: а) цилиндрической; б) конической.
- 21.Пересечение поверхностей плоскостью общего положения: а) гранных; б) поверхностей 2-го порядка.
- 22.Пересечение поверхностей. Построение линии сечения с помощью вспомогательных секущих плоскостей: а) гранных поверхностей; б) многогранника и поверхности 2-го порядка; в) двух поверхностей 2-го порядка.
- 23.Пересечение 2-х поверхностей 2-го порядка. Метод сфер.
- 24.Частные случаи пересечения поверхностей 2-го порядка.
- 25.Способы построения разверток: а) способ раскатки; б) способ нормального сечения; в) способ треугольников.
- 26.Построение приближенной развертки неразвертываемых поверхностей.
- 27.Аксиоматический метод. Математические структуры. Род структур. Классификация математических структур
- 28.Понятие модели математической структуры. Изоморфизм математических структур. Требования к системе аксиом
- 29.Система аксиом Гильберта. Теория длин отрезков в системе аксиом Гильберта
- 30.Система аксиом Вейля и её непротиворечивость
- 31.Система аксиом А.Д. Александрова
- 32.Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Проблема V постулата
- 33.Абсолютная геометрия и её основные факты
- 34.Геометрия Лобачевского. Простейшие факты геометрии Лобачевского
- 35.Параллельные по Лобачевскому и их свойства
- 36.Сверхпараллельные прямые и их свойства
- 37.Пучки прямых и кривые плоскости Лобачевского
- 38.Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского
- 39.Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского
- 40.Элементы сферической геометрии. Эллиптическая геометрия Римана
- 41.Псевдоевклидово пространство. Реализация геометрии Лобачевского на сфере мнимого радиуса
- 42.Длина отрезка. Теорема существования и единственности длины отрезка. Площадь многоугольника. Теорема о площади прямоугольника.

2.3. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и обслуживающих
технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

Экзамен по дисциплине «Геометрия»

2 курс

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль: Математика. Информатика, очная форма обучения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Базис. Разложение вектора по базису.
2. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия перпендикулярности и параллельности прямых.
3. Найти координаты вектора \vec{x} в базисе $(\vec{e}_1', \vec{e}_2', \vec{e}_3')$, если известны его координаты в базисе $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$: $\vec{x}(6, 6, 2)$,
$$\begin{cases} \vec{e}_1' = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \frac{5}{6}\vec{e}_3 \\ \vec{e}_2' = -5\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3' = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}$$
4. Найти эксцентриситет эллипса: $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$.

Утверждено на заседании кафедры, протокол № ... от 2023 года.

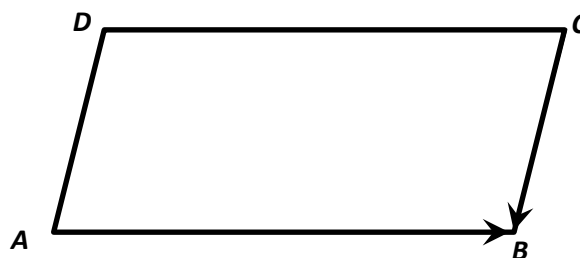
Заведующий кафедрой _____ Я.П. Кривко

Составил _____ А.С. Сухотинова

2.4. Вопросы и задания для диагностической работы по геометрии

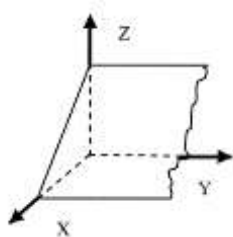
1. Для данных векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ найти скалярное произведение.
2. Найти модуль вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$
3. Запишите условие ортогональности двух векторов.
4. Вычислите $(2\vec{i} - \vec{j}) \cdot \vec{j}$.
5. Являются ли векторы $\vec{a} = -3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ коллинеарными?
6. Даны координаты точек A (2,-5,3) , B (2,7,-2). Найти модуль вектора \vec{AB} .

7. Определить сумму векторов
 $\vec{CB} + \vec{AB}$



8. Вычислите $(2\vec{i} \times \vec{k}) \cdot 2\vec{j}$.
9. Могут ли выступать три компланарных вектора базисом в пространстве?
10. Что такое ортонормированный базис?
11. Перечислите правила нахождения суммы векторов.
12. Как связано свойство коллинеарности векторов с их векторным произведением?
13. Доказать, что точки O (0;0;0), A(1;2;0), B(2; 1; -5) , C (3;1;5) лежат в одной плоскости
14. Даны ортогональные векторы \vec{a}, \vec{b} , причем $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$. Определить $|\vec{a} - \vec{b}|, |\vec{a} + \vec{b}|$.
15. В чем заключается свойство антикоммутативности векторного произведения?

16. Запишите формулу, по которой определяется площадь треугольника, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} .
17. Что называется системой координат?
18. Какие системы координат вам известны?
19. Известны координаты точки в декартовой системе координат $A(1, 2)$. Определить ее координаты в полярной системе координат.
20. Даны координаты концов отрезка AB : $A(1, -2, 3)$ и $B(-4, 5, 1)$. Найти координаты точки M , которая делит этот отрезок пополам.
21. Найти расстояние между двумя точками $A(2; 3)$ и $B(-4; 1)$.
22. Указать чему равен угловой коэффициент прямой $y = 3x + 4$.
23. Указать направляющий вектор \vec{s} прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{4}$.
24. Прямая с угловым коэффициентом 3 проходит через точку $M(2; 1)$. Запишите ее уравнение.
25. Указать координаты нормального вектора для данной прямой $2x - y + 1 = 0$.
26. Сформулируйте условие параллельности двух прямых на плоскости, заданных уравнениями: $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$.
27. Найти угол между плоскостями $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$.
28. Запишите общее уравнение плоскости, изображенной на чертеже.

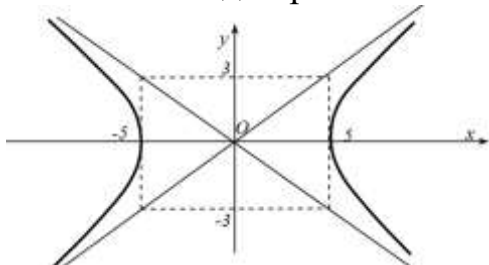


29. Прямая задана уравнением $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-1}{-5}$. Укажите координаты точки, через которую проходит эта прямая.
30. Записать координаты нормального вектора для данной плоскости $10x - 12y + 2z + 4 = 0$
31. Плоскость задана следующим уравнением: $\frac{x}{5} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{2} = 1$. Укажите какой отрезок она отсекает по оси ординат.

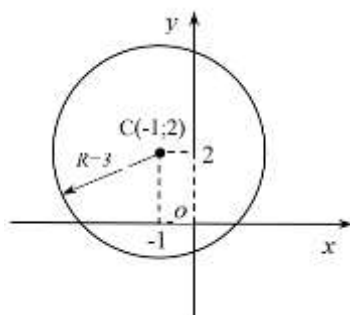
32. Плоскость задана следующим уравнением: $3x + 6y - 10z + 6 = 0$.
Запишите уравнение параллельной плоскости.

33. Плоскости с уравнениями $0, 2x + y + 3z - 1 = 0$ и $4x + 2y + 6z + 5 = 0$ являются _____.

34. Назовите вид кривой и запишите ее каноническое уравнение



35. Запишите уравнение кривой, изображенной на чертеже



36. Указать радиус данной окружности $(x - 3)^2 + y^2 = 4$.

37. Указать координаты центра данной окружности $(x + 5)^2 + y^2 = 9$.

38. Запишите уравнение эллипса с центром в начале координат, большая полуось которого равна 4, а меньшая равна 2.

39. Сколько осей симметрии имеет гипербола?

40. Укажите координаты вершин данного эллипса $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$.

41. Какую кривую второго порядка описывает данное уравнение $(x + 1)^2 = 4(y - 3)$? Укажите координату вершины.

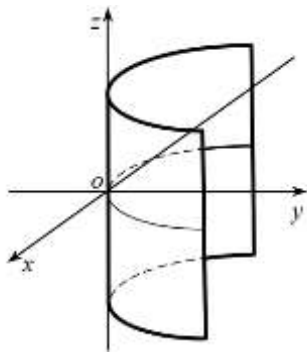
42. В чем заключается оптическое свойство эллипса?

43. Установить, какой геометрический образ определяется уравнением $x^2 - 4x = 0$.

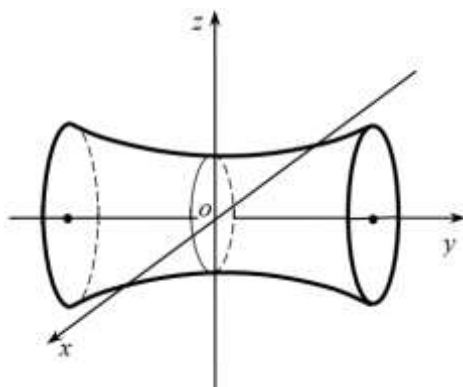
44. Установить, какой геометрический образ определяется уравнением

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = -1.$$

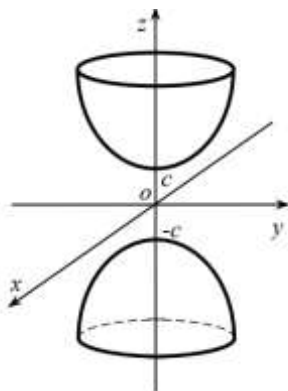
45. Укажите вид поверхности. Запишите ее уравнение.



46. Укажите вид поверхности. Запишите ее уравнение.



47. Укажите вид поверхности. Запишите ее уравнение.



48. Запишите уравнение гиперболического цилиндра с осью Oy.

49. Запишите уравнение эллиптического параболоида, с осью симметрии Oz.

50. Какие кривые образуются в сечении конуса плоскостью?

51. В чем заключается метод сечений?

52. Составить уравнение сферы с центром в точке (3,-5,-2) и радиусом 4.

53. Какие существуют два типа гиперboloида?

54. Чему равны полуоси у данного эллипсоида $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$?

55. Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$.
56. Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 2z$.
57. Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$.
58. Объясните понятие «резиновая геометрия».
59. Если топология Ω совпадает с множеством всех подмножеств множества X , то как называется топологическое пространство (X, Ω) ?
60. Множество F из X называется ... в пространстве (X, Ω) , если его дополнение $X \setminus F$ открыто, то есть $X \setminus F$ принадлежит Ω .
61. Назовите общепрофессиональную геометрическую дисциплину, которая является теоретической основой построения технических чертежей, представляющих собой полные графические модели конкретных инженерных изделий.
62. Назовите прямую, не параллельную ни одной плоскости проекции.
63. Как называется призма, все боковые грани которой — прямоугольники (ребра перпендикулярны основанию)?
64. Что такое топология?
65. В топологическом пространстве, что означает, что два множества разъединены?
66. Какой метод используется для построения проекций тел?
67. Как построить линию пересечения двух плоскостей?
68. Какая проекция называется ортогональной?
69. Что такое расширенная прямая на проективной плоскости?
70. Перечислите особенности проективной геометрии?